QUESTÃO 1

Deseja-se trocar uma moeda de 25 centavos, usando-se apenas moedas de 1, 5 e 10 centavos. Então, o número de diferentes maneiras em que a moeda de 25 centavos pode ser trocada pe igual a

a) 6.
b) 8.
c) 10.
d) 12.
e) 14.

<u>Resolução</u>

Podemos trocar 25 centavos com as seguintes possibilidades

Moedas	10	5	1	Total
Q	2	1		25
u	2		5	25
a	1	3		25
n	1	2	5	25
t	1	1	10	25
i	1		15	25
d		5		25
a		4	5	25
d		3	10	25
e		2	15	25
s		1	20	25
			25	25

Total de possibilidades 12.

<u>Letra: D</u>

PÓDION

QUESTÃO 2

Dois atiradores acertam o alvo uma vez a cada três disparos. Se os dois atiradores disparam simultaneamente, então a probabildiade doa lvo ser atingido pelo menos uma vez é igual a

a) $\frac{2}{9}$.

b) $\frac{1}{3}$.

c) $\frac{4}{9}$.

d) $\frac{5}{9}$.

e) $\frac{2}{3}$.

Resolução

Temos que para cada atirador

$p(A)=\frac{1}{3}$ (probabilidade de acertar)

$p(E)=\frac{2}{3}$ (probabilidade de errar)

Logo a probabilidade pedida é

$$P=\frac{1}{3}\cdot\frac{2}{3}\cdot 2+\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}=\frac{5}{9}$$

Letra: D

QUESTÃO 3

Sejam $z = n^2(\cos 45° + isen45°)$ e $w = n(\cos 15° + isen15°)$, em que n é o menor inteiro positivo tal que $(1+i)^n$ é real. Então $\frac{z}{w}$ igual a

a) $\sqrt{3} + i$.

b) $2\left(\sqrt{3} + i\right)$.

c) $2\left(\sqrt{2} + i\right)$.

d) $2\left(\sqrt{2} - i\right)$.

e) $2\left(\sqrt{3} - i\right)$.

<u>Resolução</u>

$$z = 1 + i = \sqrt{2} \cdot cis\frac{\pi}{4}$$

$$z^n = \left(\sqrt{2}\right)^n \cdot cis\frac{n\pi}{4}$$

Menor inteiro positivo para o qual
z^n é real é $4, i \cdot e \cdot, n = 4$

$$\frac{z}{w} = \frac{n2(\cos 45° + isen45°)}{n(\cos 15° + isen15°)} = \frac{16cis\frac{\pi}{4}}{4cis\frac{\pi}{12}} = 4cis\frac{\pi}{6}$$

$$\frac{z}{w} = 4\left(\frac{3}{2} + \frac{1}{2}i\right) = 2\left(\sqrt{3} + i\right)$$

<u>Letra: E</u>

QUESTÃO 4

Se $\arg z = \frac{\pi}{4}$, então um valor para $\arg(-2iz)$ é

a) $-\frac{\pi}{2}$.

b) $\frac{\pi}{4}$.

c) $\frac{\pi}{2}$.

d) $\frac{3\pi}{4}$

e) $\frac{7\pi}{4}$.

Resolução

$$z = |z| \cdot \left(\cos\frac{\pi}{4} + isen\frac{\pi}{4} \right)$$

$$2i = 2 \cdot \left(\cos\frac{3\pi}{2} + isen\frac{3\pi}{2} \right)$$

$$2iz = 2 \cdot |z| \cdot \left[\cos\left(\frac{\pi}{4} + \frac{3\pi}{2} \right) + isen\left(\frac{\pi}{4} + \frac{3\pi}{2} \right) \right]$$

$$2iz = 2 \cdot |z| \cdot \left[\cos\left(\frac{7\pi}{4} \right) + isen\left(\frac{7\pi}{4} \right) \right]$$

Logo $\arg(-2iz)$ é $\frac{7\pi}{4}$

Letra: E

QUESTÃO

5

Sejam r_1, r_2 e r_3 números reais tais que $r_1 - r_2$ e $r_1 + r_2 + r_3$ são racionais. Das afirmações:

I. Se r_1 é racional ou r_2 é racional, então r_3 é racional;

II. Se r_3 é racional, então $r_1 + r_2$ é racional;

III. Se r_3 é racional, então r_1 e r_2 são racionais;

é(são) sempre verdadeira(s)
a) apenas I.
b) apenas II.
c) apenas III.
d) apenas I e II.
e) I, II e III.

<u>Resolução</u>

I. Como $r_1 - r_2 \in Q$ temos que:

$$r_1 \in Q \Rightarrow r_2 \in Q \Rightarrow r_1 + r_2 \in Q \Rightarrow r_3 \in Q$$
$$r_2 \in Q \Rightarrow r_1 \in Q \Rightarrow r_1 + r_2 \in Q \Rightarrow r_3 \in Q$$

Logo afirmação I é verdadeira.

II, como $r_1 + r_2 + r_3 \in Q$ temos que:

$$r_3 \in Q \Rightarrow r_1 + r_2 \in Q$$

Logo a afirmação II é verdadeira.

III. De II temos que se $r_3 \in Q$, $r_1 + r_2 \in Q$. Se $r_1 + r_2 \in Q$ temos que:

1. $r_1 + r_2 = q_1 \in Q$
2. $r_1 + r_2 = q_2 \in Q$ (hipótese)

$$\Rightarrow 2r_1 = q_1 + q_2 \in Q$$

$r_1 \in Q$ e de 1 temos $r_2 \in Q$

Logo a afirmação III é verdadeira

<u>Letra: E</u>

QUESTÃO 6

As raízes $x_1 + x_2 \; e \; x_3$ do polinômio $p(x) = 16 + ax - \left(4+\sqrt{2}\right)x_2 + x_3$ estão relacionadas pelas equações:

$x_1 + 2x_2 + \dfrac{x_3}{2} = 2$ e $x_1 - 2x_2 - \sqrt{2x_3} = 0$

Então, o coeficiente a é igual a

a) $2\left(1-\sqrt{2}\right)$.

b) $2\left(2+\sqrt{2}\right)$.

c) $4\left(\sqrt{2}-1\right)$.

d) $4+\sqrt{2}$.

e) $\sqrt{2}-4$

<u>Resolução`</u>

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 4 + 2 & (I) \\ 2x_1 + 4x_2 + x_3 = 4 & (II) \\ x_1 - 2x_2 - 2x_3 = 0 & (III) \end{cases}$$

Fazendo $(II) - 2\cdot(I)$:

$$2x_2 - x_3 = -4 - 2\sqrt{2} \; (IV)$$

Fazendo (III) - (I):

$$-3x_2 - x_3(1+\sqrt{2}) = -4 - \sqrt{2} \; (V)$$

Fazendo $2(V) + 3\cdot(IV)$:

$$-x_3(2 + 2\sqrt{2} + 3) = -8 - 2\sqrt{2} - 12 - 6\sqrt{2}$$
$$x_3 = \frac{20+8\sqrt{2}}{5+2\sqrt{2}} = \frac{4\cdot(5+2\sqrt{2})}{5+2\sqrt{2}} = 4$$

Por (V), temos que:

$$-3x_2 = -4 - \sqrt{2} + 4 + 4\sqrt{2}$$
$$x_2 = -\sqrt{2}$$

Por (I), temos que:

$$x_1 - \sqrt{2} + 4 = 4 + \sqrt{2}$$
$$x_1 = 2\sqrt{2}$$

Como $x_1 \cdot x_2 + x_1 \cdot x_3 + x_2 \cdot x_3 = a$, temos:

$$a = -4 + 8\sqrt{2} - 4\sqrt{2}$$
$$a = 4(\sqrt{2} - 1)$$

<u>Letra: C</u>

QUESTÃO 7

Sabe-se que $(x+2y, 3x-5y, 8x-2y, 11x-7y+2x)$ é uma progressão aritmética com o último termo igual a - 127. Então, o produto *xyz* é igual a

a) -60
b) -30.
c) 0.
d) 30.
e) 60.

<u>Resolução</u>

$$PA(x+2y, 3x-5y, 8x-2y, 11x-7y+2z)$$
$$11x-7y+2z=-127 \ (I)$$

Sendo

$$2a_2 = a_1 + a_3$$
$$2(3x-5y) = 9x$$
$$3x+10y=0$$

e

$$2a_3 = a_2 + a_4$$
$$2(8x-2y) = 3x-5y-127$$
$$13x+y=-127$$

Resolvendo o sistema

$\begin{cases} 3x+10y=0 \\ 13x+y=-127 \end{cases}$ obtemos $\begin{matrix} x=-10 \\ y=3 \end{matrix}$

Substituindo em (I)

$$-110-21+2z=-127$$
$$z=2$$

Logo $xyz = -10 \cdot 3 \cdot 2 = -60$

<u>Letra: A</u>

QUESTÃO

8

Considere um polinômio $p(x)$,de grau 5, com coeficientes reais. Sabe-se que $-2i$ e $i-\sqrt{3}$ são duas de suas raízes. Sabe-se, ainda, que dividindo-se $p(x)$ pelo polinômio $q(x)=x-5$ obtém-se resto zero e que $p(1)=20(5+2\sqrt{3})$. Então, $p(-1)$ é igual a

a) $5\left(5-2\sqrt{3}\right)$.

b) $15\left(5-2\sqrt{3}\right)$.

c) $30\left(5-2\sqrt{3}\right)$.

d) $45\left(5-2\sqrt{3}\right)$.

e) $50\left(5-2\sqrt{3}\right)$.

<u>Resolução</u>

$$x_1=-2i \Rightarrow x_2=2i$$
$$x_3=i-\sqrt{3} \Rightarrow x_4=-i-\sqrt{3}$$

Pela divisão de $p(x)$ por $q(x)$, temos que $x_5=5$

Temos que $p(x)=a(x+2i)(x-2i)(x-i+\sqrt{3})(x+i+\sqrt{3})\cdot(x-5)$

$$\begin{aligned} p(1)&=a(1+2i)(1-2i)(1+\sqrt{3}-i)(1+\sqrt{3}+i)(-4)\\ &=a(1+4)\cdot\left[(1+\sqrt{3})^2\right]+1\cdot(-4)\\ &=-20\cdot\left(4+2\sqrt{3}+1\right)\\ &=-20\cdot\left(5+2\sqrt{3}\right)=20\left(5+2\sqrt{3}\right)\\ a&=-1 \end{aligned}$$

Logo,

$$\begin{aligned} p(1)&=-1(-1+2i)(-1-2i)(-1+\sqrt{\ }3-i)(-1+\sqrt{3}+i)(-6)\\ &=-1(1+4)(\left(-1+\sqrt{3}\right)^2+1)(-6)\\ &=30(4-2\sqrt{3}+1)\\ &=30(5-2\sqrt{3}) \end{aligned}$$

<u>Letra: C</u>

QUESTÃO 9

Um triângulo *ABC* tem lados com medidas $a = \frac{\sqrt{3}}{2}cm$, $b = 1cm$ e $c = \frac{1}{2}cm$. Uma circunferência é tangete ao lado a e também aos prolongamentos dos outros dois lados do triângulo, ou seja, a circunferência é ex-inscrita ao triângulo. Então, o raio da circunferência, em cm, é igual a

a) $\frac{\sqrt{3}+1}{4}$.

b) $\frac{\sqrt{3}}{4}$.

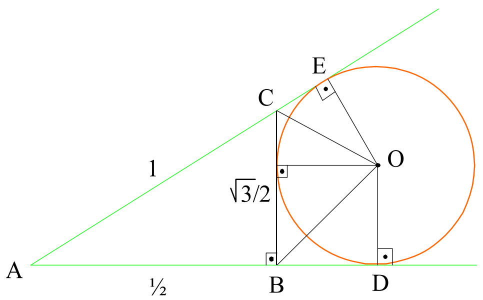
c) $\frac{\sqrt{3}+1}{3}$.

d) $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

e) $\frac{\sqrt{3}+2}{4}$.

Resolução

ABC é retângulo em B



Temos que a área do $\text{E}ABC$ é dada por:

$$S_{ABC} > S_{OAD} \; , \; S_{OAE} \; . \; S_{OBC}$$

$$\frac{1}{2} Æ \frac{1}{2} Æ \frac{\sqrt{3}}{2} > R Æ \frac{1}{2} Æ \frac{1}{2} \; , \; R Æ 1 Æ \frac{1}{2} \; . \; R Æ \frac{\sqrt{3}}{2} ¿ \frac{1}{2}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{8} > \frac{R}{4} \; , \; \frac{R}{2} \; . \; \frac{R\sqrt{3}}{4}$$

$$\sqrt{3} > 2R \; , \; 4R \; . \; 2R\sqrt{3}$$

$$\sqrt{3} > 6R \; . \; 2R\sqrt{3}$$

$$R > \frac{\sqrt{3}}{6 \; . \; 2\sqrt{3}} \left(\frac{6 \; , \; 2\sqrt{3}}{6 \; , \; 2\sqrt{3}} \right) > \frac{6\sqrt{3} \; , \; 6}{36 \; . \; 12}$$

$$R > \frac{\sqrt{3} \; , \; 1}{4}$$

<u>**Letra: A**</u>

QUESTÃO 10

Sejam $A=(0,0), B=(0,6)$ e $C=(4,3)$ vértices de um triângulo. A distância do baricentro deste triângulo ao vértice A, em unidades de distância, é igual a

a) $\frac{5}{3}$.

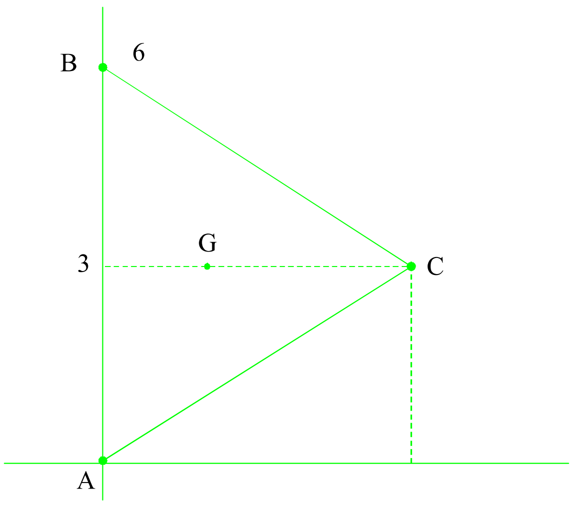
b) $\frac{\sqrt{97}}{3}$.

c) $\frac{\sqrt{109}}{3}$.

d) $\frac{\sqrt{5}}{3}$

e) $\frac{10}{3}$

Resolução



Baricentro

$$x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} = \frac{4}{3}$$
$$y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} = 3$$

Se $G\left(\frac{4}{3}, 3\right)$ e $A(0,0)$

$$d_{AG} = \sqrt{\left(\frac{4}{3}\right)^2 + 3^2} = \frac{\sqrt{97}}{3}$$

Letra: B