QUESTÃO 11

A área do quadrilátero definido pelos eixos coordenados e as retas $r: x - 3y + 3 = 0$ e $s: 3x + y - 21 = 0$, em unidades de área, é igual a

a) $\dfrac{19}{2}$

b) **10.**

c) $\dfrac{25}{2}$.

d) $\dfrac{27}{2}$.

e) $\dfrac{29}{2}$.

<u>Resolução</u>

$r: x - 3y + 3 = 0$

$s: 3x + y - 21 = 0$

$(r \cap s)$

$$\begin{cases} x - 3y = -3 \\ 3x + y = 21 \end{cases} \sim \begin{cases} x - 3y = -3 \\ 9x + 3y = 63 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} x = 6 \\ y = 3 \end{matrix} \Rightarrow E(6,3)$$

(r)

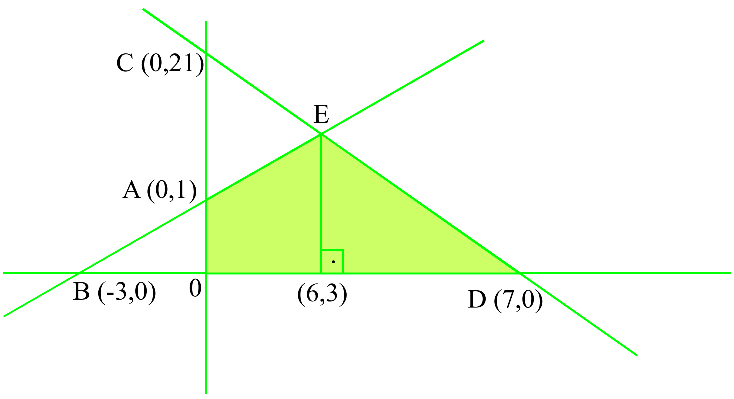
$x = 0 \Rightarrow y = 1 \Rightarrow A(0,1)$

$y = 0 \Rightarrow x = -3 \Rightarrow B(-3,0)$

(s)

$x = 0 \Rightarrow y = 21 \Rightarrow C(0,21)$

$y = 0 \Rightarrow x = 7 \Rightarrow D(7,0)$



$$S = \frac{3 \cdot 1}{2} + \frac{(1 + 3) \cdot 6}{2} = \frac{27}{2}$$

<u>Letra: D</u>

QUESTÃO 12

Dados os pontos A = (0,0), B = (2,0) e C = (1,1), o lugar geométrico dos pontos que se encontram a uma distância d = 2 da bissetriz interna, por A, do triângulo ABC é um par de retas definidas por

a) $r_{1,2}: \sqrt{2}y - x \pm 2\sqrt{4+\sqrt{2}} = 0$.

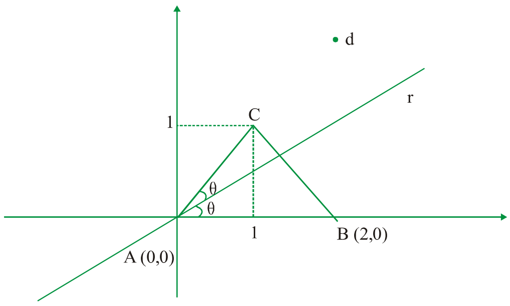
b) $r_{1,2}: \frac{\sqrt{2}}{2}y - x \pm 2\sqrt{10+\sqrt{2}} = 0$.

c) $r_{1,2}: 2y - x \pm 2\sqrt{10+\sqrt{2}} = 0$.

d) $r_{1,2}: \left(\sqrt{2}+1\right)y - x \pm \sqrt{2+4\sqrt{2}} = 0$.

e) $r_{1,2}: \left(\sqrt{2}+1\right)y - x \pm 2\sqrt{4+2\sqrt{2}} = 0$.

Resolução



CÂB $= \frac{\pi}{4}$, logo $\alpha = \frac{\pi}{8} \Rightarrow tg\alpha = \sqrt{2} - 1$

Equação da reta r:

$y - 0 = \left(\sqrt{2}-1\right)(x - 0) \Rightarrow y = \left(\sqrt{2}-1\right)x$

L.G.

$$d_{P,r} = \frac{\left|y - \left(\sqrt{2}-1\right)x\right|}{\sqrt{1^2 + \left(\sqrt{2}-1\right)^2}} = \frac{\left|y - \left(\sqrt{2}-1\right)x\right|}{\sqrt{4-2\sqrt{2}}} = 2$$

$\left|y - \left(\sqrt{2}-1\right)x\right| = 2\sqrt{4-2\sqrt{2}}$

$y - \left(\sqrt{2}-1\right)x \pm 2\sqrt{4-2\sqrt{2}} = 0$

Multiplicando por $\sqrt{2}+1$

$\left(\sqrt{2}+1\right)y - x \pm 2\sqrt{4+2\sqrt{2}} = 0$

Letra: E

QUESTÃO 13

Sejam A, B e C subconjuntos de um conjunto universo U. Das afirmações

I. $\left(A \setminus B^C\right) \setminus C^C = A \cap \left(B \cup C\right)$;

II. $\left(A \setminus B^C\right) \setminus C = A \cup \left(B \cap C^C\right)^C$;

III. $B^C \cup C^C = \left(B \cap C\right)^C$,

é (são) sempre verdadeira(s) apenas

a) I.
b) II.
c) III.
d) I e III.
e) II e III.

Resolução

I.

$x \in A \setminus B^C \Rightarrow x \in A$ e $x \notin B^C \Rightarrow$
$x \in A$ e $x \in B \Rightarrow x \in A \cap B$
logo $x \in A \setminus B^C \setminus C^C \Rightarrow x \in A \cap B$ e $x \notin C^C \Rightarrow$
$x \in A \cap B$ e $x \in C$
$\Rightarrow x \in A \cap B \cap C$

$A \cap \left(B \cup C\right) = A \cap B \cup A \cap C$

$A \cap B \cup A \cap C = A \cap B \cap C$ que faz da afirmação I falsa.

II.
$x \in A \setminus B^C$ de I. implica que $x \in A \cap B$

$x \in A \setminus B^C \setminus C \Rightarrow x \in A \cap B$ e $x \notin C$
$\Rightarrow x \in A \cap B$ e $x \in C^C \Rightarrow x \in A \cap B \cap C^C$

$A \cup \left(B \cap C^C\right)^C = A \cup \left(B^C \cup C\right) = A \cup B^C \cup C$

Logo a afirmação II é falsa.

III.
Pela Lei de Morgan, temos

$\left(B \cap C\right)^C = B^C \cup C^C$ o que faz da afirmação III, verdadeira.

Letra: C

QUESTÃO 14

Sejam A e B dois conjuntos disjuntos, ambos finitos e não-vazios, tais que $n\left(P(A) \cup P(B)\right) + 1 = n\left(P(A \cup B)\right)$. Então, a diferença $n(A) - n(B)$ pode assumir

a) um único valor.
b) apenas dois valores distintos.
c) apenas três valores distintos.
d) apenas quatro valores distintos.
e) mais do que quatro valores distintos.

Resolução

Sejam $n(A) = x$ e $n(B) = y$

$P(A) = 2^x$

$P(B) = 2^y$

$P(A) \cap P(B) = \{\emptyset\}$

$n\left[P(A \cup B)\right] = 2^{x+y}$

$n[P(A) \cup P(B)] = n(P(A)) + N(P(B)) - n(P(A) \cap P(B))$

$= 2^x + 2^y - 1$

$2^x + 2^y \cancel{-1} \cancel{+1} = 2^{x+y}$

$2^x + 2^y = 2^x \cdot 2^y$

$\dfrac{2^x}{2^y} + 1 = 2^x$

$2^{x-y} = 2^x - 1$

Se $x = 1 \Rightarrow 2^{x-y} = 1 \Rightarrow x - y = 0 \Rightarrow x = y$

Se $x \neq 1 \Rightarrow (2^x - 1)$ não é ímpar, logo não há solução

Logo $\exists!(x - y)$

Letra: A

QUESTÃO

15

Considere um número real $a \neq 1$ positivo, fixado, e a equação em x $a^{2x} + 2ca^x - c = 0$, $c \in \mathbb{R}$

Das afirmações:

I. Se $c < 0$, então existem duas soluções reais distintas;

II. Se $c = -1$, então existe apenas uma solução real;

III. Se $c = 0$, então não existem soluções reias;

IV. Se $c > 0$, então existem duas soluções reais distintas,

é (são) sempre verdadeira(s) apenas

a) I.
b) I e III.
c) II e III.
d) II e IV.
e) I, III e IV.

Resolução

$a^{2x} + 2ca^x - c = 0$

Fazendo $y = a^x$, temos que:

$y^2 + 2cy - c = 0$

$$y_{1,2} = \frac{-2c \pm \sqrt{4c^2 + 4c}}{2}, \quad 4c^2 + 4c \geq 0$$

Logo $y_{1,2} = -c \pm \sqrt{c^2 + c}$, $c \leq -1$ *ou* $c \geq 0$.

(I) **Falso.**

(II) Se $c = -1$, temos

$y_{1,2} = -(-1)$

$a^x = 1 \Rightarrow x = 0$

Verdadeiro.

(III) Se $c = 0$, temos

$y_{1,2} = 0$

$a^x = 0$, logo $\nexists\, x \in \mathbb{R}$

Verdadeiro.

(IV) Se $c > 0$, temos

$a^x = -c \pm \sqrt{c^2 + c}$

Como $\sqrt{c^2 + c} > c$, a equação possui apenas uma solução.

Falso.

Letra: C

QUESTÃO

16

Seja $S = \left\{ x \in \mathbb{R} \;\middle|\; arcsen\left(\frac{e^{-x} - e^{x}}{2}\right) + \text{arccos}\left(\frac{e^{x} - e^{-x}}{2}\right) = \frac{\pi}{2} \right\}$. Então,

a) $S = \emptyset$.

b) $S = \{0\}$.

c) $S = \mathbb{R}_+ \setminus \{0\}$.

d) $S = \mathbb{R}_+$.

e) $S = \mathbb{R}$.

<u>Resolução</u>

$$arcsen\left(\frac{e^{-x} - e^{x}}{2}\right) = \alpha \rightarrow sen\alpha = \frac{e - x - ex}{2} = -\frac{e^{x} - e^{-x}}{2}$$

$$\text{arccos}\left(\frac{e^{x} - e^{-x}}{2}\right) = \beta$$

$$\cos\beta = \frac{e^{x} - e^{-x}}{2}$$

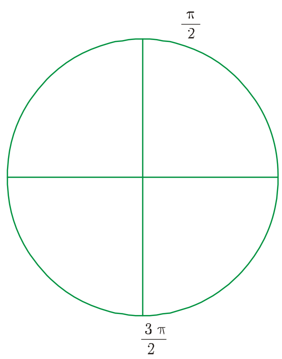
$$sen\alpha = -\cos\beta \;\; (I)$$

$$\alpha + \beta = \frac{\pi}{2}$$

$$\alpha = \frac{\pi}{2} - \beta$$

$$sen\alpha = sen\left(\frac{\pi}{2} - \beta\right)$$

$$sen\alpha = \cos\beta$$



De I:

$$\cos\beta = -\cos\beta$$

$$\cos\beta = 0$$

$$\beta = \frac{\pi}{2}$$

$$\alpha = 0$$

Se $\beta = \frac{\pi}{2} \therefore \frac{e^{x} - e^{-x}}{2} = 0$

$e^{x} = e^{-x} \therefore x = 0$

<u>Letra: B</u>

QUESTÃO 17

Seja $x \in [0, 2\pi]$ tal que $sen(x)\cos(x) = \dfrac{2}{5}$. Então, o produto e a soma de todos os possíveis valores de $tg(x)$ são, respectivamente

a) 1 e 0.

b) 1 e $\dfrac{5}{2}$.

c) -1 e 0.

d) 1 e 5.

e) -1 e $-\dfrac{5}{2}$.

Resolução

Como $senx \cdot cox > 0$, então $senx \cdot cox > 0$

Assim

$$senx \cdot \cos x = \frac{2}{5} \Rightarrow 2 \cdot senx \cdot \cos x = \frac{4}{5} \Rightarrow sen2x = \frac{4}{5}$$

Pela relação fundamental da trigonometria, tem-se que:

$$\cos^2 2x = 1 = 1 - sen^2 2x \Rightarrow |\cos 2x| = \frac{3}{5}$$

Portanto, $tg2x = \dfrac{sen2x}{\cos 2x} = \pm \dfrac{4}{5}$

Como

$tg2x = \dfrac{2 \cdot tgx}{1 - tg^2x}$, então ou

(I) $\dfrac{2tgx}{1 - tg^2x} = \dfrac{4}{5}$

$2tg2x + 3tgx - 2 = 0$

$tgx = \dfrac{1}{2}$

ou

$tgx = -2$ (não convém)

(II) $\dfrac{2tgx}{1 - tg^2x} = -\dfrac{4}{5}$

$2tg2x - 3tgx - 2 = 0$

$tgx = -\dfrac{1}{2}$ (não convém)

ou

$tgx = 2$

Logo, o produto das ráizes $P = \dfrac{1}{2} \cdot 2 = 1$ e a soma das raízes $S = \dfrac{1}{2} + 2 = \dfrac{5}{2}$

Letra: B

QUESTÃO 18

A soma $\sum_{k=0}^{n} \cos(\alpha + k\pi)$, para todo $\alpha \in [0, 2\pi]$, vale

a) $-\cos(\alpha)$ quando é n par.

b) $-sen(\alpha)$ quando é n ímpar.

c) $\cos(\alpha)$ quando é ímpar.

d) quando é par.

e) zero quando é é ímpar.

<u>Resolução</u>

$$\sum_{k=0}^{n} \cos(\alpha + k\pi) = \cos\alpha + \cos(\alpha + \pi) + \cos(\alpha + 2\pi) + \ldots + \cos(\alpha + n\pi)$$

Se n é par: $\cos\alpha - \cos\alpha + \cos\alpha - \ldots + \cos\alpha$

Se n é ímpar: $\cos\alpha - \cos\alpha + \cos\alpha - \ldots + \cos\alpha - \cos\alpha = 0$

<u>Letra: E</u>

QUESTÃO 19

Um cone circular reto de altura de 1 cm e geratriz $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ cm é interceptado por um plano paralelo à sua base, sendo determinado, assim, um novo cone. Para que este novo cone tenha o mesmo volume de um cubo de aresta $\left(\frac{\pi}{243}\right)^{1/3}$ cm, é necessário que a distância do plano à base do cone original seja, em cm, igual a

a) $\frac{1}{4}$.

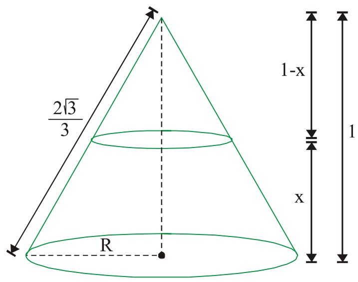
b) $\frac{1}{3}$.

c) $\frac{1}{2}$.

d) $\frac{2}{3}$.

e) $\frac{3}{4}$.

Resolução



$$R^2 + 1^2 = \left(\frac{2\sqrt{3}}{3}\right)^2$$

$$R^2 + 1 = \frac{4}{3}$$

$$R^2 = \frac{1}{3} \Rightarrow R = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$V_{cone} = \frac{1}{\cancel{3}}\pi\frac{\cancel{3}}{9}\cdot 1 = \frac{\pi}{9}$$

$$V_{cone\ novo} = V_{cub} = \left[\left(\frac{\pi}{243}\right)^{\frac{1}{3}}\right]^3 = \frac{\pi}{243}$$

$$\left(\frac{1-x}{1}\right)^3 = \frac{\frac{\pi}{243}}{\frac{\pi}{9}} = \frac{9}{243} = \frac{1}{27}$$

$$1 - x = \frac{1}{3} \Rightarrow x = \frac{2}{3}$$

Letra: D

QUESTÃO 20

A superfície lateral de um cone circular reto é um setor circular de 120° e área igual a 3π cm². A área total e o volume deste cone medem, em cm² e cm³, respectivamente

a) 4π e $\frac{2\pi\sqrt{2}}{3}$.

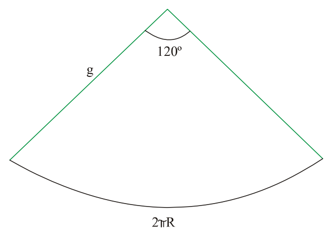
b) 4π e $\frac{\pi\sqrt{2}}{3}$.

c) 4π e $\pi\sqrt{2}$.

d) 3π e $\frac{2\pi\sqrt{2}}{3}$.

e) π e $2\pi\sqrt{2}$.

Resolução



$$\pi R g = 3\pi$$
$$Rg = 3$$

$$\cancel{2\pi} R = \frac{1}{3}\cancel{2\pi} g$$
$$g = 3R$$

$$\Rightarrow R \cdot 3R = 3$$
$$R = 1 \Rightarrow g = 3$$

$$A_T = \pi r(r + g)$$
$$= \pi(4) = 4\pi$$

$$g^2 = h^2 + r^2$$
$$g = h^2 + 1$$
$$h = 2\sqrt{2}$$

$$V = \frac{1}{3}\pi R^2 \cdot h$$
$$\frac{1}{3}\pi 1^2 \cdot 2\sqrt{2} = \frac{2\pi\sqrt{2}}{3}$$

Letra A